Robert en zijn avontuur op weg naar de getallenhemel

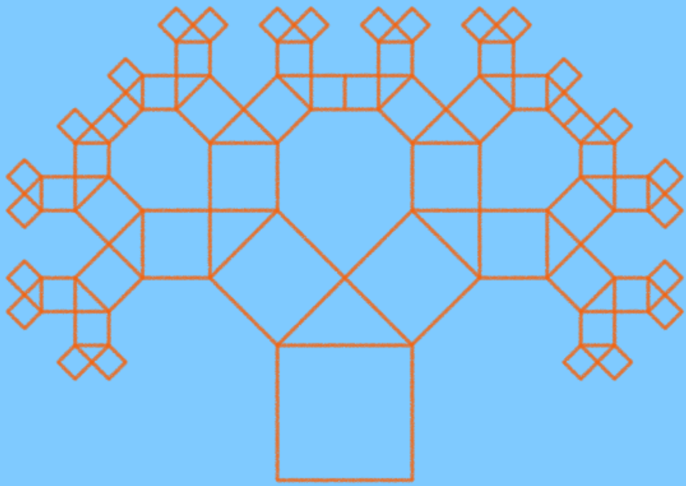
Het verhaal

Een profielwerkstuk over een vervolg voor het boek De Telduivel van Hans Magnus Enzensberger

Rosa Hester Kroonstuiver atheneum zes

Met profielwerkstukbegeleider Gertjan Klijn en profiel vak wiskunde

Bertrand Russel College



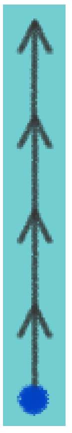
Robert en zijn avontuur op weg naar de getallenhemel:

De eerste nacht:

Robert heeft sinds zijn avontuur in de getallenhemel Teplotaxl niet gezien. Gelukkig roetsjt hij niet meer langs eindeloze glijbanen en wordt hij ook niet opgeslokt door reusachtige onsmakelijke vissen. Maar toch vond hij het gek om te gaan slapen zonder dat de telduivel hem in zijn dromen kwam bezoeken. Daarom had hij het idee om deze avond vlak voor het slapen gaan, de ketting die hij van de secretaris-generaal heeft gekregen, om te doen.
Toen Robert in zijn bed lag deed hij de ketting om en stopte hem onder zijn pyjamashirt.
- Ik hoop dat ik vanavond weer bezoek krijg, fluisterde Robert tegen zichzelf en sloot zijn ogen.
- Dag jongeman! Zei een grote oude man met een lange baard.
Robert schrikt en ziet dat hij in een groot weiland staat en draait zich om naar de stem.
- Wie mag u dan wezen? U bent niet de telduivel! Zei Robert.
De oude man reageerde op zijn vraag:
- Wat een brutale vraag jongeman! Mijn naam is Pythagoras.

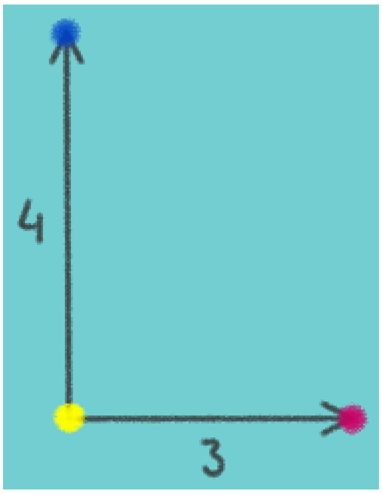
- O, zei Robert, ik heb over u gehoord, toen ik in de getallenhemel was! Teplotaxl heeft over u verteld.
Robert herinnerde zich dat Pythagoras de man was die de onverstandige getallen had ontdekt en het Griekse woord voor wiskunde had uitgevonden: *mathematica*.
Ook herinnerde hij zich dat dit de man van de grote tempel was, die volgens zijn oude meester te belangrijk is om tegen te mogen praten.
- Maar bent u niet te belangrijk om bij mij langs te komen? Ging Robert verder.
- Nee hoor mijn beste Robert, soms maakt Teplotaxl dingen mooier dan dat ze zijn, zei de ander. Ik ben hier vanavond voor jouw eerste les als leerling van de pythagorese getalsorde van de vijfde klassen. Elke nacht komt er een andere wiskundige bij je langs die jou een nieuw wiskundig onderwerp zal bijleren!
- Wauw! Komt Teplotaxl mij ook nog eens een keer bezoeken? Vroeg Robert aan de oude meester.
- Wanneer je bent geslaagd en bent gepromoveerd tot meester van de pythagorese getalsordes, zul jij de getallenhemel zo vaak kunnen bezoeken als

je wilt en bij je goede vriend langs komen, antwoordde hij.
Robert kan niet wachten tot hij zelf naar de getallenhemel kan vliegen en Teplotaxl kan bezoeken.
- Laten we dan maar snel beginnen! Ik kan niet wachten tot ik alles van wiskunde ken! Schreeuwde Robert bijna uit.
- Goed, zei de ander, laten we dan maar een start maken met de belangrijkste stelling van de wiskunde, maar liefs de stelling die ik heb gemaakt, de stelling van Pythagoras.

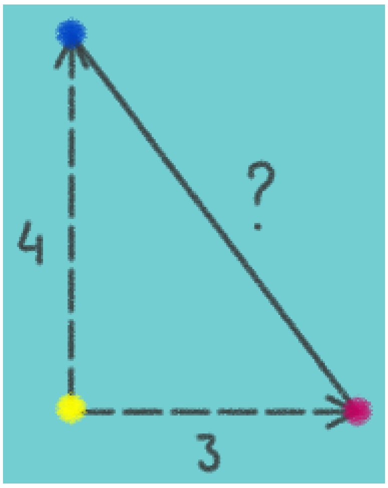


- Luister goed, ging hij verder, loop jij eens vier passen naar voren voor mij.
Robert deed wat er van hem werd gevraagd en zag dat de stappen die hij had gezet werden uitgetekend in de lucht.
- Nu zet ik vanaf dezelfde plek drie stappen naar rechts zei de oude man.
- Wat gebeurt er nu? Vroeg Robert.

- Nou kijk maar beste Robert, in de lucht kun je nu zien wat wij gelopen hebben. Jij hebt vier stappen naar voren gezet en ik heb drie stappen naar rechts gezet.



- Oh ja, ik zie het! Geel is waar we zijn begonnen, blauw is waar ik nu sta en roze is waar u nu staat!
- Heel goed! We noemen de wegen die jij en ik hebben gelopen, kikkerzijden.
- Wat gaan we nu doen? Vroeg Robert.
- Nu gaan we de afstand tussen jou en mij bereken en die afstand noemen we de schuine zijde, zei de ander.
Toen de oude man dit zei, veranderde de tekening in de lucht en werd er een lijn tussen het punt waar Robert stond, naar het punt waar Pythagoras stond getekend.



- we beginnen door de lengte van de kikkerzijden twee keer te huppen, ging hij verder.
- Vier twee keer laten huppen geeft zestien en drie twee keer laten huppen geeft negen, zei Robert snel.

$$4^2 = 16$$

$$3^2 = 9$$

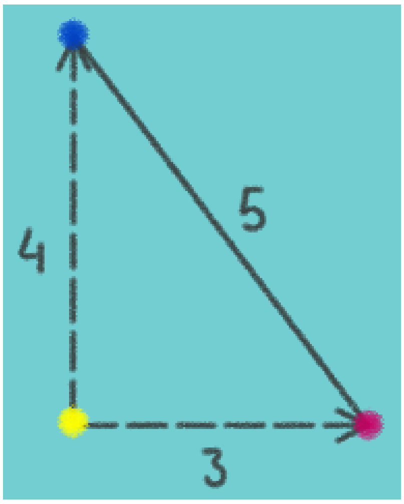
- Teplotaxl heeft groot gelijk, je bent een uitzonderlijke leerling, Robert! De volgende stap is om deze twee uitkomsten bij elkaar op te tellen en dan zijn we er al bijna.
Robert telde de twee getallen bij elkaar op en kwam uit op vijfentwintig.

$$9 + 16 = 25$$

- De allerlaatste stap is de radijs te trekken uit onze laatste optelsom.
- Een radijs trekken, wat was dat ook alweer, begon Robert, oh! Ik weet het al! De radijs uit vijfentwintig is natuurlijk vijf!

$$\sqrt{25} = 5$$

- Goed gedaan! Zei de ander. Dus wat is de afstand tussen jou en mij nu?
- Dat is vijf!



- Zie je! Nu hebben we de schuine zijde berekend en dit kunnen wij in een zogenoemde formule zetten, zei Pythagoras tegen Robert. Die ziet er dan zo uit:
In de lucht verscheen er een som.

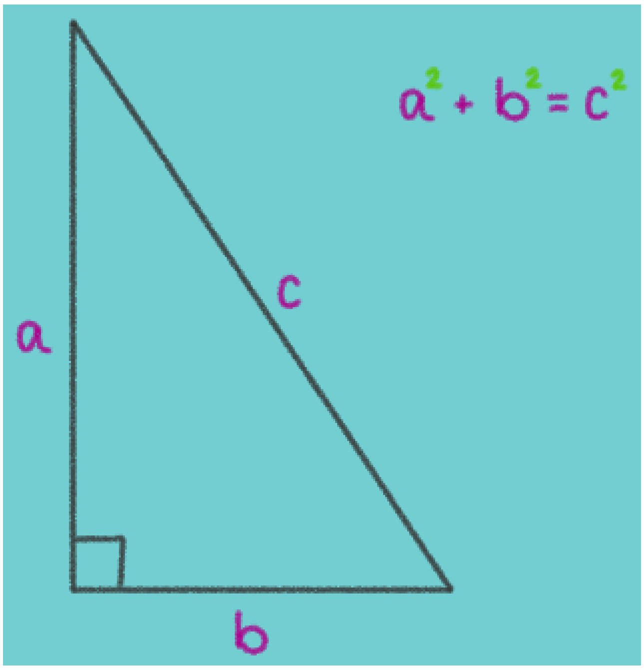
$$4^2 + 3^2 = 5^2$$

- Kijk maar of het klopt Robert.
- Nou, vier twee keer huppen is zestien, drie twee keer huppen is negen en als je die twee bij elkaar optelt krijg je vijfentwintig. Daarnaast is vijf twee keer huppen ook vijfentwintig. Dus dat klopt helemaal!

$$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$$5^2 = 25$$

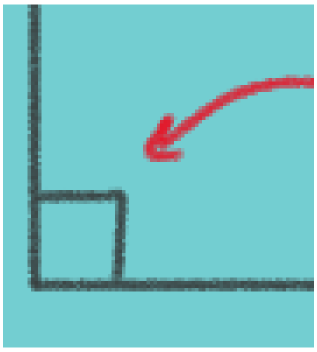
- Goed zo Robert. Op deze manier kunnen wij heel vaak de schuine zijde van een driehoek berekenen. Die zetten we dan in een zogenoemde, formule en die is als volgt. Er verscheen een nieuwe driehoek in de lucht, nu met letters in plaats van getallen naast de zijden.



- O, zei Robert, dat ziet er wel heel moeilijk uit.
- Niet schrikken hoor, ik ga het je uitleggen. Zei de oude meester.
- Weet je nog dat de weg van jouw kikkerzijde vier lang was, nou die noemen we nu a.
- Dus dan is b jouw kikkerzijde. Die was eerst drie en nu b! Zei Robert. En de schuine zijde was eerst vijf en nu c!
- Helemaal goed, zei de ander. Nu kun je als je twee van de drie zijdes weet, de missende zijde berekenen. Kijk maar, die formule staat

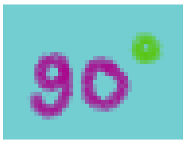
naast de getekende driehoek. Deze formule is de stelling van Pythagoras! En daarmee hebben wij net de schuine zijde berekend.

Robert had veel om over na te denken. Hij snapte het wel, maar er was één ding dat hij nog niet zo goed begreep. Pythagoras had gezegd dat we op deze manier vááк de schuine zijde kunnen berekenen. Dat betekent dus niet altijd. Daarom vroeg hij:
- Maar wanneer kunnen we dan de missende zijde van een driehoek wel berekenen en wanneer niet?
- Hele goede vraag, zei de oude meester, zie je dat kleine vierkantje in de hoek waar de twee kikkerzijden, a en b elkaar raken?



- Ja, die zie ik.
- Dat noemen wij een kikkersprong. Als twee zijden elkaar raken, dan krijgen ze een hoek. Net zoals een hoek van de tafel in de woonkamer of in je wiskunde schrift op school. Aan een hoek met een vierkantje is er iets bijzonders aan de hand. Daarom noemen wij het een kikkersprong. Het bijzondere aan

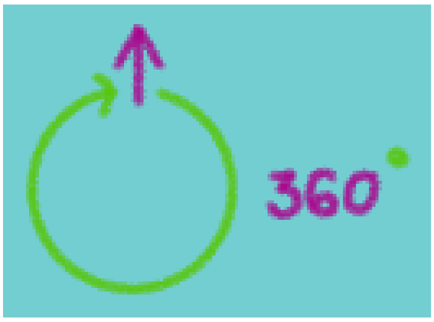
deze hoek is dat hij negentig graden is. Dit schrijf je zo:



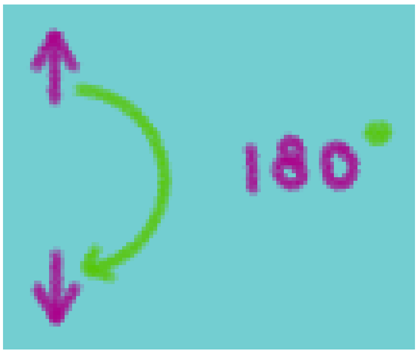
- Hoe komt u dan aan een hoek van negentig graden? Vroeg Robert.
- Draai jij eens een rondje voor mij?

Robert deed wat er van hem gevraagd werd en Pythagoras ging verder:

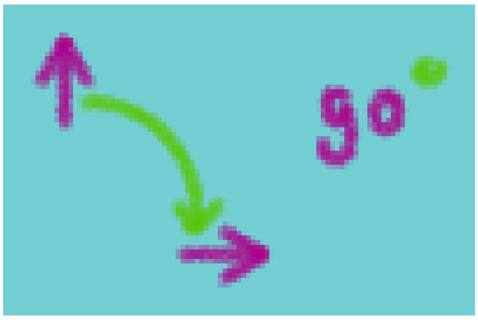
- Wanneer je een heel rondje draait, zeggen we dat je driehonderdzestig graden draait.



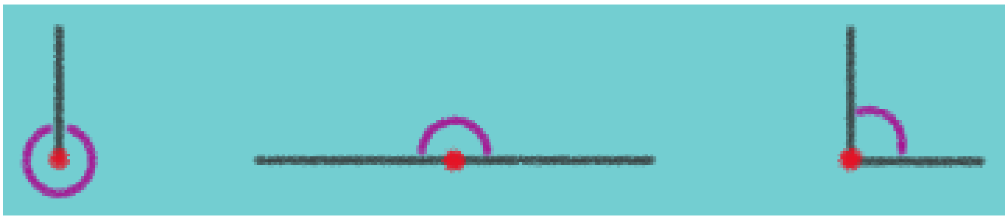
- Dus hoeveel graden zou je dan gedraaid hebben als je een halfrondje maakt?
- Dat is de helft, dus is dat honderdtachtig graden.



- En daar weer de helft van is negentig graden! Vertelde Robert de oude meester.

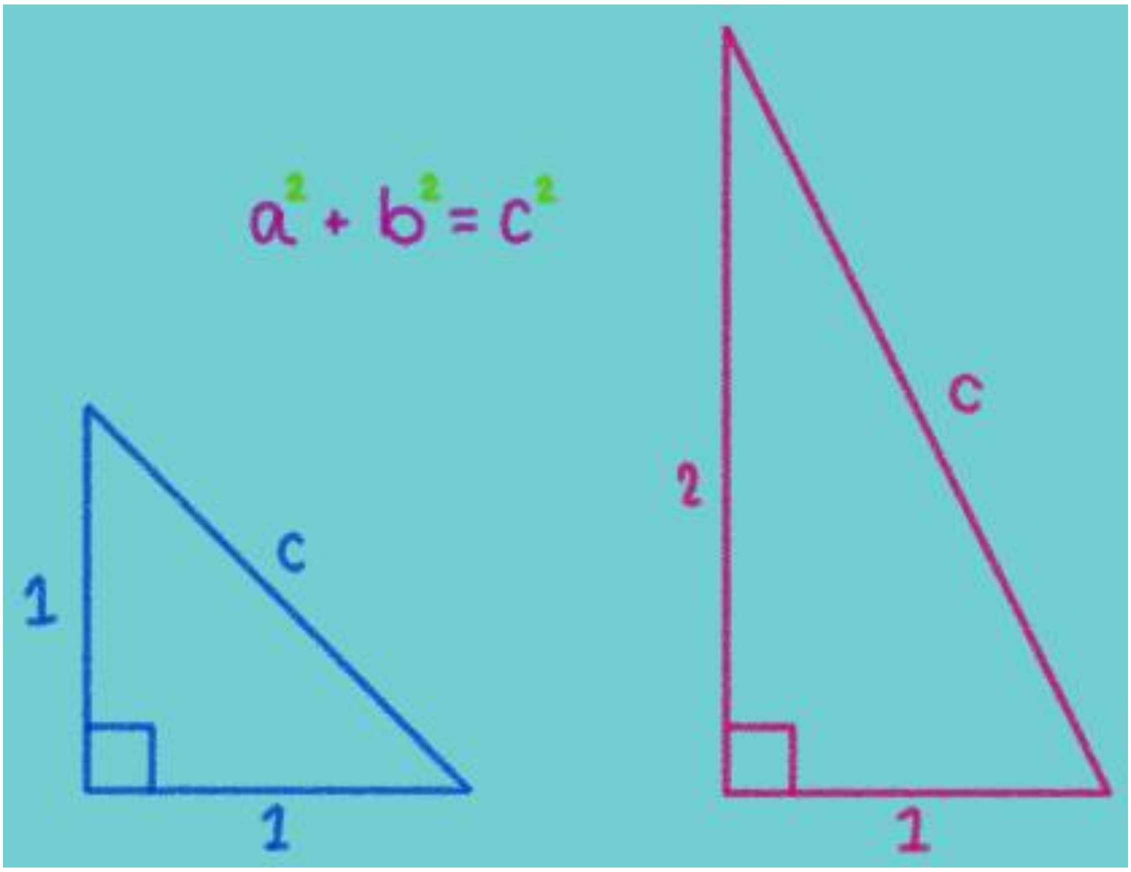


- Heel goed. Nu kunnen we dat ook bij lijnen, dit ziet er dan zo uit:
Weer verscheen er een nieuwe tekening in de lucht.



- Bij de stelling van Pythagoras is het dan ook belangrijk dat één van de hoeken in de driehoek, een hoek van negentig graden is. Dus bij een driehoek waarvan je de lengte van één zijde niet weet kun je oplossen zolang hij een kikkersprong heeft.
- Aha, zei Robert. Nu snap ik het.
Robert bleef maar denken aan de onverstandige getallen die Pythagoras had ontdekt en had een gevoel dat het met de stelling te maken had. Hij zei daarom:
- Heeft u met deze stelling dan ook de onverstandige getallen ontdekt?
- Zeker mijn beste Robert. Dat heb ik met de volgende driehoeken gedaan. Je zult het zien als we de schuine zijde gaan berekenen.

Van alle tekeningen in de lucht bleef alleen de stelling over en kwamen er nieuwe driehoeken voor in de plaats.

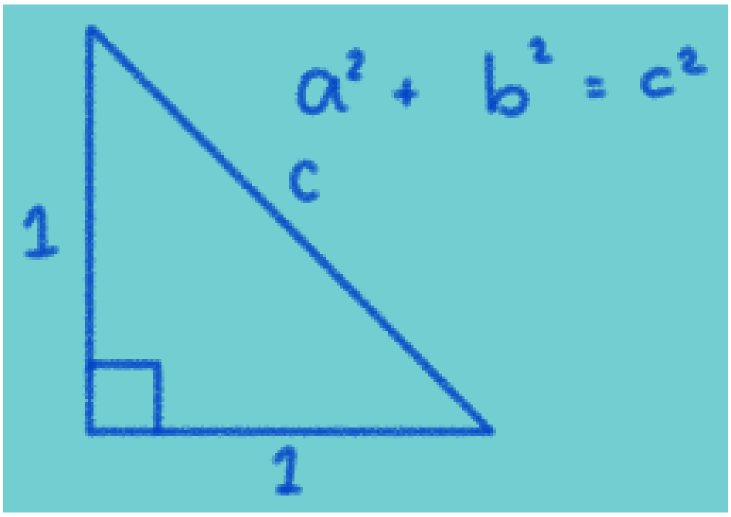


- Bereken voor mij maar even de schuine zijde van de blauwe driehoek, maar haal eerst je ketting van je nek en houdt hem goed vast.

Robert volgde en toen hij de ketting even vast had veranderde die in de toverstok net zoals Teplotaxl altijd bij zich droeg.

- Wow! Heb ik nu mijn eigen toverstok? Vroeg Robert verbaasd.

- Zeker, zei de ander. Je kan er van alles mee doen, maar voor nu kun je er in de lucht mee schrijven om de formules op te lossen.
- Super gaaf! Oké eerst schrijf ik de stelling op, schreeuwde Robert enthousiast.
Robert begon te schrijven in de lucht. Eerst schreef hij naast de blauwe driehoek, de stelling opnieuw op.



- Nu weet ik dat:

$$a = 1$$

- En dat:

$$b = 1$$

- Dus als ik dan de formule ga invullen krijg ik:

$$1^2 + 1^2 = c^2$$

- Eén twee keer huppen, geeft één, dus:

$$1 + 1 = c^2$$

- Dus c twee keer te huppen geeft twee!

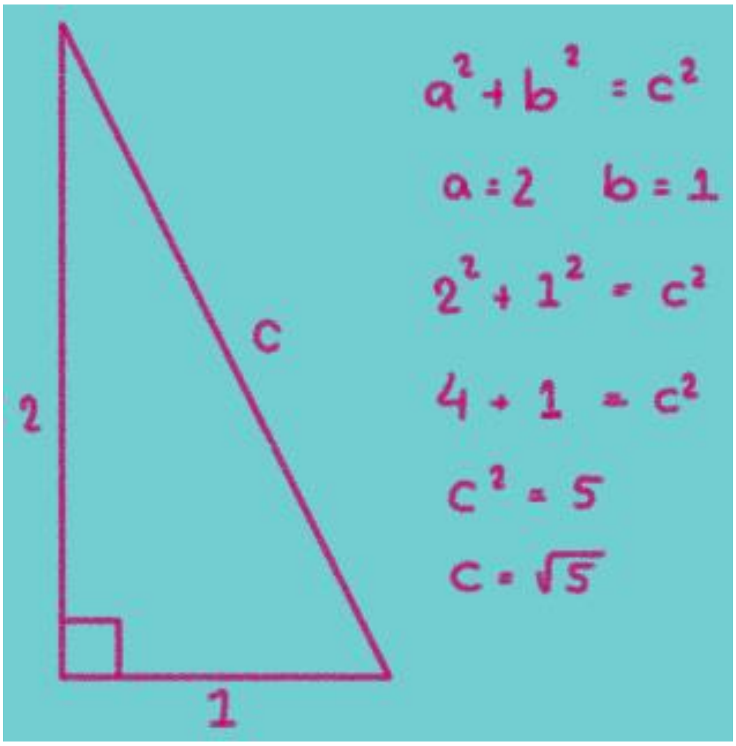
$$c^2 = 2$$

- Om dan c te krijgen, moet ik in plaats van huppen, terug huppen. Dat betekent dat ik de radijs moet nemen van twee om c te krijgen.

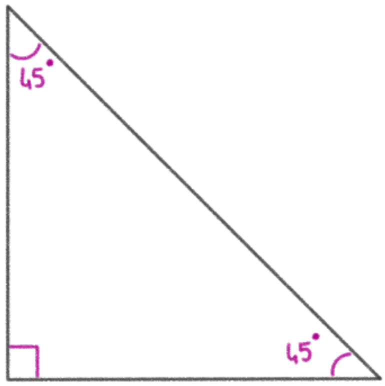
$$c = \sqrt{2}$$

- Goed gedaan! De radijs van twee is natuurlijk een onverstandig getal. Nu nog de roze berekenen en dan is je eerste les voorbij mijn beste Robert.
- Nu al! Maar dat ging zo snel. U komt wel nog een keer langs hé, Pythagoras?
- Tuurlijk! Zei de ander. Bij elke bevordering zal ik erbij zijn. En wanneer je je meesterschap hebt, kun je mij zo vaak bezoeken als je wilt!
- Ik hoop dat ik u snel weer zie.

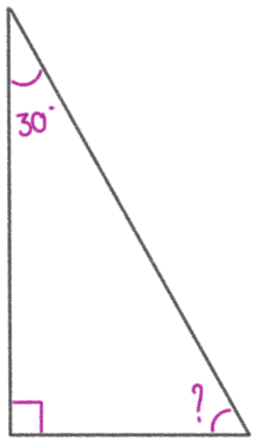
Robert loste zijn laatste som op en schreef deze weer prachtig uit.



Vlak daarna vertrok de oude meester en werd Robert wakker geschud door zijn moeder. Hij merkte dat de pen die hij vast had in zijn droom terug was veranderd naar de ketting en weer veilig om zijn nek heen zat.
Robert kon niet wachten tot zijn volgende bezoeker en keek er de rest van de dag naar uit.



Wist jij? Dat als je bij elke driehoek, de graden van alle drie de hoeken bij elkaar optelt, dat je dan altijd op honderdtachtig graden uit komt? Kijk maar in het voorbeeld hierboven. Nu weet je door Pythagoras dat deze driehoek een kikkersprong heeft en dat dit betekent dat die hoek negentig graden is. De andere hoeken zijn beide vijfenveertig graden. Als je deze bij elkaar optelt krijg je: 90+45+45=180. Nu je dit weet, kun jij misschien zelf de hoeveelheid graden van de missende hoek van de driehoek hieronder berekenen.



Robert en zijn avontuur op weg naar de getallenhemel:

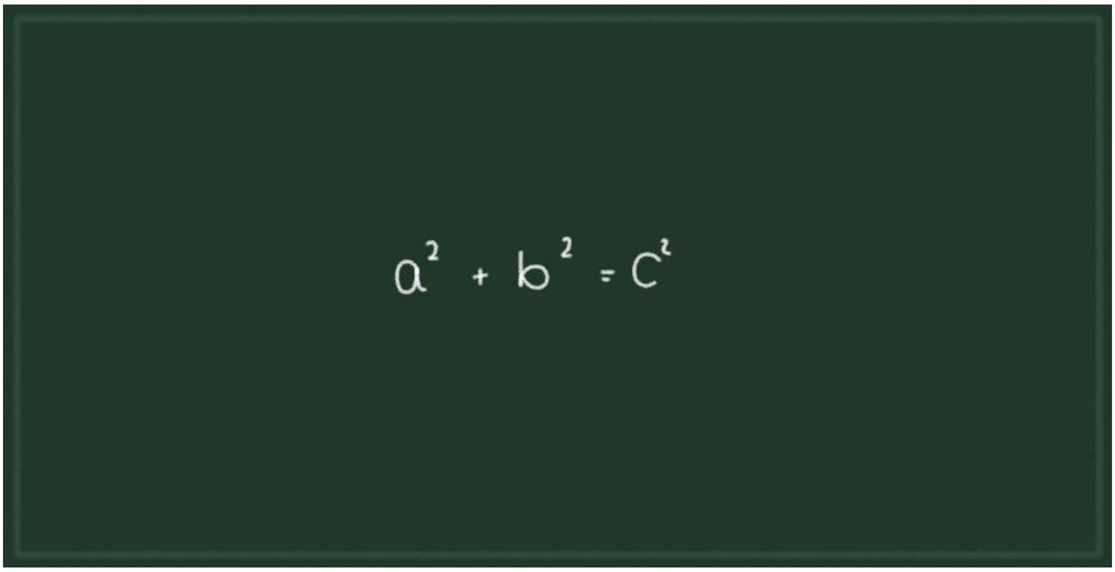
De tweede nacht:

Robert ontwaakt in een groot lokaal. Hij zit vooraan met voor zich een groot krijtbord. Nog voordat hij op kan staan om te kijken waar hij werkelijk is, komt er een vrouw binnenlopen.

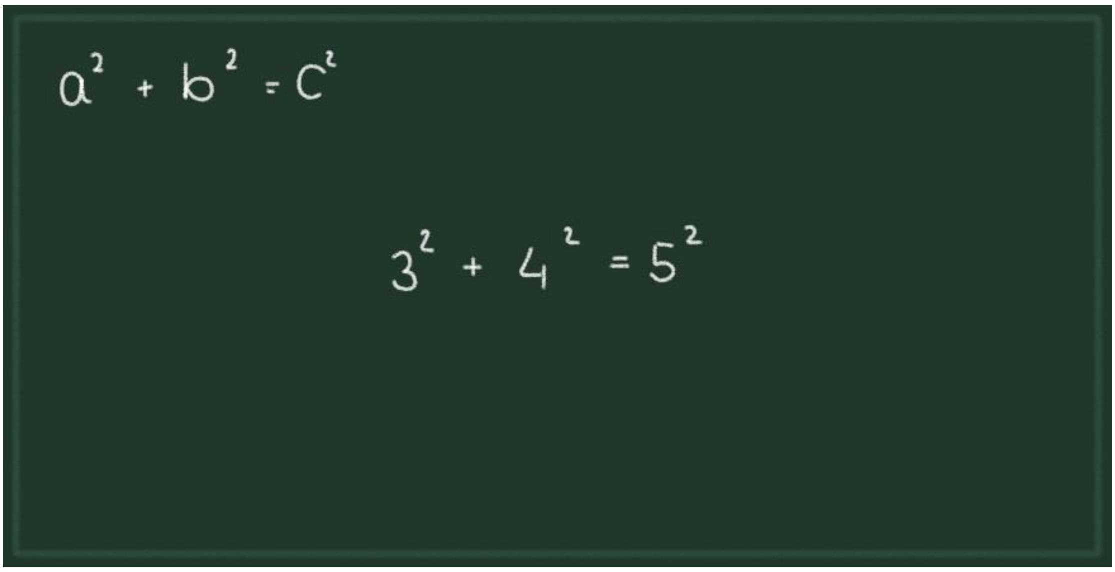
- Dag beste Robert, zegt de vrouw wanneer ze binnenkomt, hoe gaat het met jou vandaag?
- Met mij gaat het best goed hoor, bent u hier voor mijn tweede les vandaag?
- Zeker, zei de ander, mijn naam is Sophie Germain. Ik ben zeker de eerste vrouw die je bezoekt?
- Inderdaad, in de getallenhemel zei Teplotaxl dat er weinig vrouwen zijn in de wiskunde.
- Dat klopt Robert, er zijn inderdaad te weinig vrouwen in de getallenhemel, maar er komen er steeds meer en ons werk is zeker niet minder belangrijk.

Robert knikte.

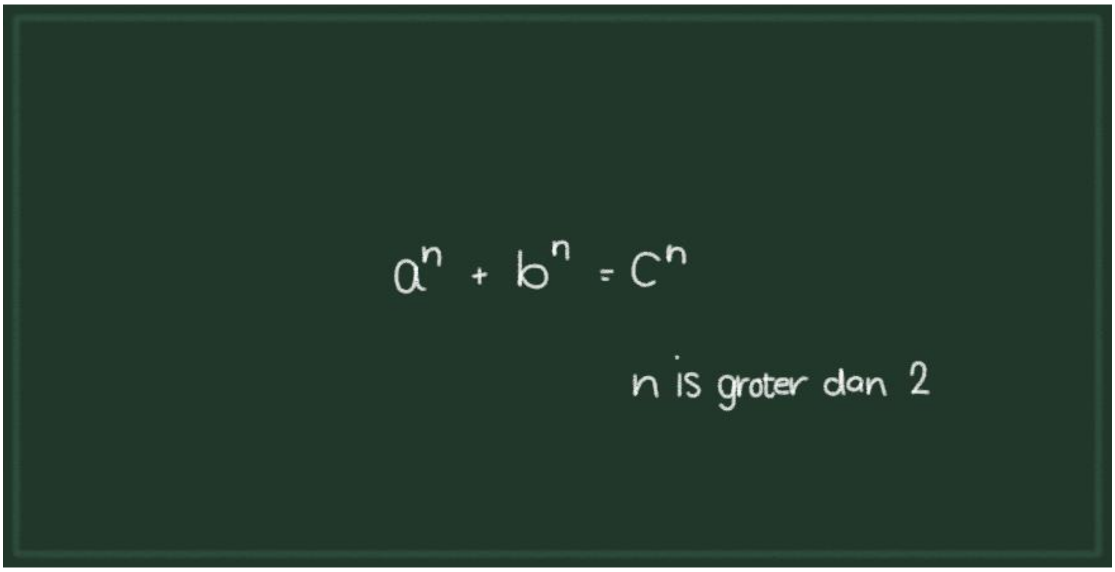
- Zullen we dan maar eens gaan beginnen? Ging de vrouw verder en liep naar het grote bord. Vertel eens, weet jij nog wat jij de vorige nacht hebt geleerd?
- Zeker, reageerde Robert, de vorige nacht heb ik de stelling van Pythagoras geleerd.
- Weet je toevallig ook nog hoe die gaat?
- a twee keer gehupt, plus b twee keer gehupt is gelijk aan c twee keer gehupt.



- Helemaal goed, zei de ander en schreef de stelling op het bord.
Germain stopte met tekenen en ging verder.
- De vorige keer heb jij geleerd dat je de stelling kan invullen met de getallen van een driehoek met een kikkersprong. Nu gaan we niet kijken naar driehoeken, maar naar het rekenen met de formule. Ik laat je een voorbeeld zien. Ze schreef weer verder op het bord.



- Hey! Die herken ik ook van de vorige keer! Zei Robert enthousiast.
- Dat klopt Robert, zei Germain. Wat we hier zien is dat er een oplossing voor de stelling van Pythagoras is met hele getallen. Dus zonder van die onverstandige getallen.
- Dit vond de wiskundige Lord Wanhoop heel interessant en hij vroeg zich af of er ook oplossingen met hele getallen zijn die meer dan twee keer werden gehupt, ik laat het zien.
Ze schreef het volgende op het bord:

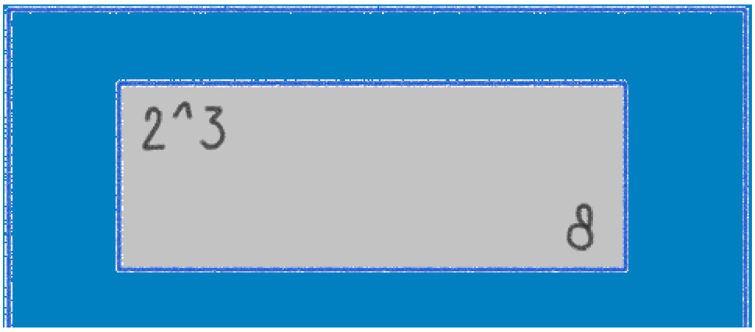


- Ik denk dat ik het snap mevrouw. Als ik a n keer hup plus b n keer hup, krijg ik c die n keer is gehupt. En dan is n hierbij elk getal boven de twee!
- Correct, slimme jongen! Lord Wanhoop is hier mee gaan experimenteren en kwam er achter dat bij deze stelling geen oplossingen

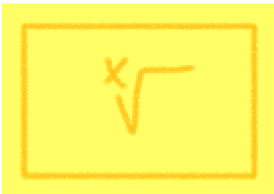
waren die op hele getallen uitkwamen. Dit heeft hij opgeschreven en omdat dit de laatste stelling is die hij heeft opgeschreven, noemen we dit, de laatste stelling van Lord Wanhoop.
Germain ging verder:
- Nu mag jij dit van mij een aantal keer proberen. Pak je rekenmachientje maar en probeer het eens met n=3.
Robert kreeg een geel krijtje van Germain en nam zijn ketting in zijn handen die toen in een rekenmachine veranderde. Hij begon met een aantal sommen op het bord, maar merkte dat hij al snel vast liep. Hij wist namelijk niet hoe je drie keer huppen of drie keer terug huppen in de rekenmachine moet invoeren. Daarom vraagt hij:
- Hoe moet ik eigenlijk met de rekenmachine werken mevrouw Germain?
- Ik laat het je zien, Robert. Wanneer je drie keer huppen in je rekenmachientje wil zetten, vul je eerst het getal in dat je gaat huppen, zoals bijvoorbeeld twee en daarna klik je op het volgende knopje:

- En vervolgens vul je het getal in waarmee je wilt huppen. Dat is in dit geval drie.

Robert deed wat Germain hem vertelde, drukte op enter en zag het volgende op zijn rekenmachine staan:

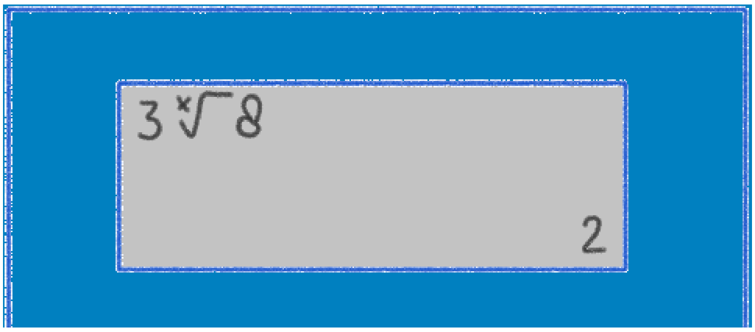


- Cool, ik wist niet eens dat mijn rekenmachine dit kon! Maar hoe moet ik nu nog terug huppen?
- Dat doen we op de volgende manier, ging Germain verder. Eerst vul je het getal in waarmee je terug hupt, in dit geval is dat drie en daarna klik je op het knopje:

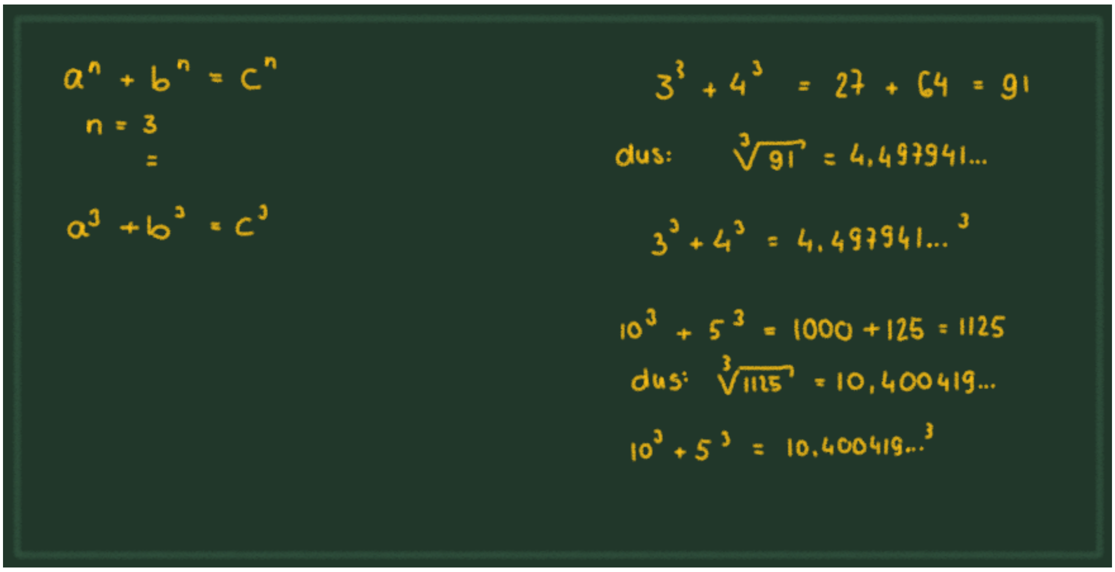


- En als laatste vul je het getal dat je wil terug huppen in, zoals bijvoorbeeld acht. We hebben op deze manier op de plek van de x in de radijs een drie ingevuld en op die manier schrijven we het op.

Opnieuw tikte Robert de gegeven som op zijn rekenmachine en zag het volgende staan:



Nu wist hij goed wat hij moest doen en ging verder met het uitproberen van de stelling. Hij schreef dit uit op het bord.



Robert zag na het rekenen met twee sommetjes dat de antwoorden inderdaad niet op hele getallen uit kwamen. Maar hij vroeg zich wel af waarom deze stelling dan zo bijzonder is, als het toch altijd op een onverstandig getal uitkomt.
En vroeg daarom:
- Maar wat is er dan zo bijzonder aan deze stelling?

- Nou, begon Germain, Lord Wanhoop heeft héél lang geleden een bewijs gevonden dat er inderdaad geen oplossingen zijn met hele getallen, maar heeft dit nooit opgeschreven of aan iemand verteld. Ook in de getallenhemel weigert hij het nog steeds aan iemand te vertellen.
- Dus de stelling is dan eigenlijk nooit echt bewezen? Vroeg de ander.
- Pas heel recent heeft iemand het vermoeden van Lord Wanhoop bewezen. Dit is gedaan door Andrew Wiles, met een héél moeilijk bewijs van wel meer dan honderd pagina's lang!
- Wow! Dat is inderdaad wel erg veel, zei Robert
Germain ging verder:
- Wat ook leuk is om te weten, is dat Wiles vroeger rond jouw leeftijd, ook een leerling van Teplotaxl was.
- Echt waar?!
Robert kon het bijna niet geloven.
- En nu heeft hij zo veel voor de wiskunde kunnen doen?
- Ja! zei de ander.
- Misschien dat ik ook later als ik groot ben iets bijzonders kan ontdekken over wiskunde.
- Met alle lessen die jij van ons krijgt, zul je alles te weten krijgen over de wiskunde en kun jij later alles doen wat je wil Robert!

Dit zette Robert aan het denken en kwam zo op de vraag:
- Maar wat is uw bijdrage eigenlijk geweest voor de wiskunde?
- Nou mijn beste Robert, heel goed dat je dat vraagt. Ik heb geholpen met het vinden van een bewijs voor de laatste stelling van Lord Wanhoop wanneer de gehupte n een primagetal is.
- Hoe heeft u dat gedaan? Vroeg Robert.
- Zoals je weet zijn er oneindig primagetallen, dus het bewijs hiervan vinden was erg lastig. Het is natuurlijk onmogelijk om met een oneindige hoeveelheid primagetallen te rekenen. Daarom heb ik voor een manier gezorgd dat we de oneindige primagetallen op een bepaalde manier kunnen schrijven, waardoor ze makkelijker worden en we er beter mee kunnen rekenen. Zo is door mijn hulp de stelling van Lord Wanhoop voor alle primagetallen bewezen. Maar die uitleg is weer voor een andere keer, Robert.
- Komen we nu alweer aan het einde? Zei de ander bijna verdrietig.
- Helaas wel, maar geen paniek, ik kom zeker nog een keer terug!

Robert was zeer opgelucht dat te horen en was heel blij dat Germain hem kwam bezoeken deze nacht. Hij vond het erg leuk om te zien dat je zo’n grote impact kunt maken in de wereld van de wiskunde en dacht er ook alleen maar aan wat voor impact hij later misschien kan maken. Maar misschien eerst even een goed cijfer halen op één die verschrikkelijke wiskunde toetsen van meneer Van Balen.

- Ga nog maar lekker even verder dromen over wiskunde Robert en tot snel! Zei Germain.
- Dat ga ik zeker doen! Reageerde Robert voordat Germain verdween. Hij had zeker niet gelogen en droomde van het zwemmen in een oneindig groot zwembad vol met probeersels voor de laatste stelling van Lord Wanhoop.

Zoek- en vindlijst